

Examen d'ASP

Polytech'Tours - département Productique

23 mai 2005

Les exercices sont indépendants. Barème indicatif : 6 points par exercice et 2 points de présentation et commentaires. Documents autorisés.

1 Location de bateaux (Réseau de Petri)

Au bord d'un lac, deux personnes organisent un service de location de pédalos et de hors-bord. Les locations sont de 1h. Il y a 10 pédalos et 5 hors-bord. Pour louer un pédalo, un groupe de touriste est installé à bord d'un des pédalos vide par un des organisateurs en 3 minutes. Au retour, un organisateur est à nouveau sollicité pendant 5 minutes pour faire sortir le groupe de touristes sans que l'un d'entre eux ne tombe à l'eau, remettre le pédalo en place et pour faire payer les touristes. La location de hors-bord est plus longue : un organisateur explique le fonctionnement du bateau, donne les règles de circulation sur le lac et installe les touristes dans le bateau. Cela dure 8 minutes. A leur retour, l'un des organisateurs sort les touristes et encaisse le prix de la location (4 minutes) puis remet le hors bord en place et refait le plein (4 minutes). Le réseau de Petri en figure 1 représente le fonctionnement de ce service, donner :

1. les significations des places et leurs temporisations.
2. les invariants de marquages (soit par calcul soit en justifiant par rapport aux ressources)
3. les invariants de franchissement (soit par calcul soit en justifiant)
4. Donner les inéquations sur les fréquences de franchissement.
5. Si les hors bord sont tout le temps loués, combien de pédalos seraient nécessaires pour occuper les deux gérants ? (on arrondira à l'entier le plus proche)

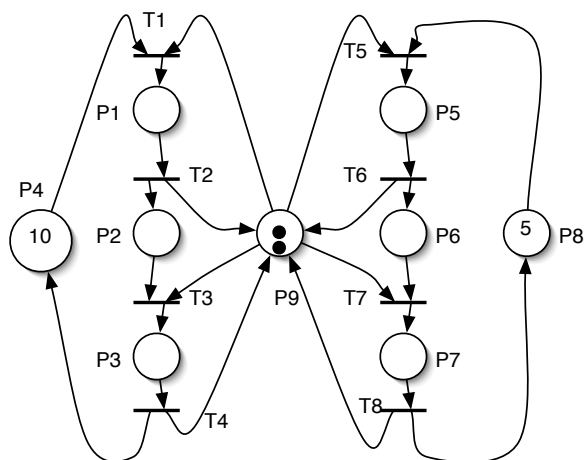


FIG. 1 – Schéma du réseau de Petri à étudier

2 Parade nuptiale des bourdons (Chaîne de Markov à temps discret)

Une séance d'accouplement peut se décomposer en 7 phases :

1. **Départ (D)** : mise en contact des bourdons mâle et des reines.
2. **Approche (App)** : un mâle se dirige vers la reine. Il s'approche à courte distance. Il est le comportement le plus fréquent et souvent suivi d'une récurrence.
3. **Inspection de la femelle (IF)** : le mâle suit la reine avec ses antennes tendues vers elle. Il inspecte souvent la reine au niveau de la tête (région où se trouvent les glandes produisant les phéromones sexuelles), mais parfois au niveau de l'abdomen.
4. **Tentative d'accouplement (T)** : le mâle s'approche de la reine, il s'accroche à elle. Il frotte de ses pattes antérieures l'extrémité de l'abdomen de la femelle. Il sort ses génitalias (appareil reproducteur) et tente de pénétrer la reine.
5. **Sortie par abandon du mâle (SA)** : lors de la séquence de 15 minutes, le bourdon mâle peut adopter un comportement indifférent vis-à-vis de la reine ; il sort de la parade nuptiale et n'y revient jamais. **ou Sortie pour dépassement du temps (ST)** : l'observation est limitée à 15 minutes. Après cette durée, la probabilité d'accouplement peut être considérée comme presque nulle.

6. **Accouplement (Acc)** : lors de l'accouplement, le comportement du mâle se caractérise par des mouvements de battements des pattes sur l'extrémité de l'abdomen de la reine.



FIG. 2 – étapes d'un accouplement de bourdons

TAB. 1 – Statistiques obtenues pour 78 séances d'accouplement en laboratoire

	suivi de						Total
	App	T	IF	Acc	ST	SA	
D	78	0	0	0	0	0	78
App	614	202	87	0	16	8	927
IF	83	0	0	0	3	1	87
T	152	0	0	35	7	8	202

A partir des statistiques du tableau ci-dessus,

1. Dessinez le graphe de transitions d'une parade nuptiale de bourdons. On pourra rassembler ST et SA dans un même état.
2. Calculez les probabilités de transition d'un état à un autre et ajoutez-les au graphe.
3. Donnez la matrice correspondante de la chaîne de Markov.
4. Cette chaîne de Markov est une chaîne absorbante. Quel est le nombre moyen d'étapes avant absorption ?
5. Calculez la probabilité d'accouplement.

3 Club de tennis (Chaîne de Markov à temps continu)

Un club de tennis a deux courts. Les membres du clubs arrivent seuls. Quand un des membres arrive, si au moins l'un des courts est libre, il reste. Soit il attend l'arrivée d'un partenaire soit il y en a déjà un qui attend. Dans ce dernier cas, il joue une partie avec lui puis s'en vont tous les deux. Les membres arrivent suivant un processus de poisson. Le temps entre deux arrivées est en moyenne de 15 minutes. La partie dure en moyenne 20 minutes. Ce temps suit une loi exponentielle. La chaîne de Markov en figure 3 représente l'évolution du nombre de personnes présentes au club.

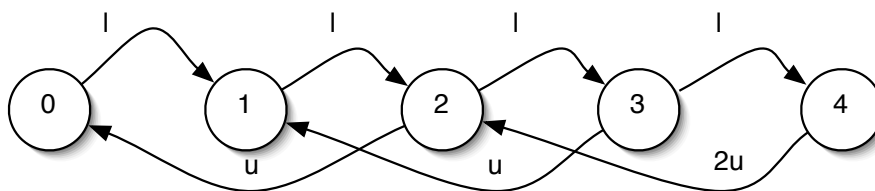


FIG. 3 – Chaîne de Markov du club de tennis

1. Que valent les taux $\lambda(l)$ et $\mu(u)$ de la chaîne de Markov ?
2. Ecrire les équations différentielles régissant les $p_n(t)$, les probabilités d'avoir n membres dans le club.
3. Calculer, lorsque le processus est stationnaire les probabilités d'équilibre.
4. Préciser : la probabilité que les deux courts soient utilisés ? soient vides ? qu'il y ait un membre en attente ?
5. Calculer le nombre moyen de membres présents.